第 40 卷 第 4 期
2023 年 8 月

应 用 力 学 学 报
Chinese Journal of Applied Mechanics

Vol. 40 No. 4
Aug. 2023

文章编号:1000-4939(2023)04-0901-08

轴角偏差对折叠式尾斜轴弯振特性的影响研究

周治港[1],宾光富[1],李超[1],李坚[2]

(1. 湖南科技大学机电工程学院,411201 湘潭;2. 中国航发湖南动力机械研究所,412002 株洲)

摘 要:舰载直升机易受外部机动载荷波动的影响导致水平传动轴和尾斜轴相连接的轴角发生偏差,引起尾传动系统振动超标,严重时会造成尾传动轴断裂甚至坠机等灾难性事故。论文首先推导含轴角参数的尾传动系统振动方程,得到了轴角偏差与啮合刚度的关系,探究了偏差值与尾斜轴振动幅值的内在关联,以某型直升机尾斜传动系统为研究对象,建立尾传动系统动力学模型,揭示了轴角参数对尾斜轴振动特性的影响规律:不同设计角度的尾传动系统在轴角发生偏差时振动响应趋势基本一致,尾斜轴振动幅值会随设计角度的增加而增加;轴角在 0° ~2°范围内发生偏差时,尾斜轴的振动幅值会呈现先增加后减小的趋势,偏差在 1.5°左右时尾斜轴振幅达到最大值。当轴角偏差相同时,尾斜轴上中间减速器处的振动幅值为尾减速器处的 3.6 倍。研究结果可为直升机尾传动系统动力学设计与振动故障分析提供参考。

关键词:轴角偏差;啮合刚度;设计角度;尾斜轴;振动响应;舰载直升机

中图分类号:TH113;V414.3+3 **文献标志码**:A **DOI**:10.11776/j.issn.1000-4939.2023.04.020

Influence of shaft angle deviation on bending vibration characteristics of inclined shaft of folding tail

ZHOU Zhigang[1],BIN Guangfu[1],LI Chao[1],LI Jian[2]

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering,Hunan University of Science and Technology,411201 Xiangtan,China;
2. AECC Hunan Power Machinery Research Institute,412002 Zhuzhou,China)

Abstract:The susceptibility of shipborne helicopter to external maneuvering load fluctuation leads to deviation of shaft angle connecting horizontal drive shaft and oblique tail shaft,which leads to excessive vibration of tail drive system,and even catastrophic accidents such as fracture of tail drive shaft in serious cases. This paper first deduces the vibration equation of the tail drive system containing shaft angle parameter,gets the relationship between shaft angle deviation and meshing stiffness,and explores the internal connection between the deviation and tail inclined shaft vibration amplitude. Taking one type of helicopter tail slanting transmission system as the research object,this paper sets up the tail drive system dynamics model and reveals the law of tail shaft angle parameters' influence on inclined shaft vibration characteristics:The vibration response trend of tail-drive systems with different design angles is basically

收稿日期:2021-10-14 修回日期:2022-01-12
基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 52175091);湖南省科技创新领军人才资助项目(No. 2020RC4039)
通信作者:宾光富,教授。E-mail:abin811025@163.com
引用格式:周治港,宾光富,李超,等. 轴角偏差对折叠式尾斜轴弯振特性的影响研究[J]. 应用力学学报,2023,40(4):901-908.
ZHOU Zhigang,BIN Guangfu,LI Chao,et al. Influence of shaft angle deviation on bending vibration characteristics of inclined shaft of folding tail[J]. Chinese journal of applied mechanics,2023,40(4):901-908.

the same when the shaft angle deviation occurs, and the vibration amplitude of tail-inclined shaft increases with the increase of design angle. When the shaft angle deviation occurs in the range of 0-2 degrees, the vibration amplitude of the tail-inclined axis increases first and then decreases. When the deviation is about 1.5 degrees, the amplitude of the tail-inclined axis reaches the maximum. When the shaft angle deviation is the same, the vibration amplitude at the middle reducer on the aft oblique shaft is 3.6 times that at the aft reducer. The research results can provide reference for dynamic design and vibration fault analysis of helicopter tail transmission system.

Key words: shaft angle deviation; meshing stiffness; design angle; end of inclined shaft; vibration response; shipborne helicopter

舰载直升机常被用于海上补给、搜救、反潜、导弹超视距目标指示等任务,但是由于舰船飞行甲板面积狭小,飞行环境复杂,直升机飞行时外部机动载荷波动频繁,导致尾传动系统轴角参数会发生变化,致使其振动问题愈发复杂。为了提高舰载直升机的飞行性能,保障其飞行安全,我国航空事业整机装配工艺技术研发应在更高层次上提升装配精度、一致性、可靠性和效率指标[1]。在设计技术的支持下向着低成本、低噪声、低振动的目标发展[2]。国内外学者在直升机尾传动系统的振动特性及其各参数对振动特性的影响方面开展了大量研究。首先在尾传动系统的动力学建模、振动特性方面,国内以南京航空航天大学和西北工业大学为首的高校做了很多工作。许兆棠等[3-5]将直升机传动系统进行简化,建立了多支点传动轴动力学模型,研究了传动系统的弯振特性。张鹏飞等[6]分析了多支点配置对系统横向弯曲振动的影响。从家勇等[7]将直升机尾传动系统简化为质量-弹簧模型,利用传递矩阵法和牛顿法分别得到弯振和扭振的动力学特性。吕继航等[8]对某型号飞机进行了动力学建模和动态响应仿真分析,得到了机体在各种动态效应下的载荷特性。朱自冰等[9-10]将直升机传动系统简化为轴段和当量圆盘的串联系统,建立等效多自由度动力学模型,综合分析了直升机尾传动系统的弯振特性。曾琪等[11]研究了联轴器扭转刚度对细长串联轴系扭振特性的影响。关卓怀等[12]建立偏心转子的弯扭耦合振动模型,分析了扭转振动、弯扭振动产生最大耦合共振振幅时的参数条件。SU 等[13]通过对直升机进行扭转振动和横向振动分析,发现支承刚度越小,振动发散越明显。MIAO 等[14]对直升机简化模型和多自由度综合模型进行了动力学研究,揭示了直升机弯曲振动的规律。这些研究为后来学者提供了广阔的思路。

在此基础上,国内外学者又研究了直升机飞行状态和尾传动系统结构参数等因素对其振动特性的影响。李文龙等[15]建立基于飞行参数的飞机结构应变预测模型,预测了大过载飞行时飞机关键部位的结构应变,并与实测数据进行对比验证。毛崎波等[16]建立弯扭耦合梁的运动微分方程,推导梁的固有频率和相应的振形模态函数,并讨论了弯扭耦合刚度对固有频率和模态形状的影响。向玲等[17]建立齿轮-转子-滚动轴承系统的弯扭耦合动力学模型,分析了齿侧间隙、轴承间隙对系统弯扭耦合振动特性的影响。任朝辉等[18]应用集中质量法建立多自由度斜齿轮-转子-轴承弯扭耦合动力学模型,分析了转速、齿轮偏心、轴承游隙等参数对传动系统振动响应特性的影响。倪德等[19-20]基于尾传动轴系的结构特点建立考虑空间非惯性系下分布质量轴的动力学模型,分析并得到了偏航角、俯仰角和横滚角对尾传动轴临界转速的影响规律。陆春荣等[21]建立齿轮-转子-轴承系统动力学模型,研究了啮合频率、滚子数目和轴承游隙等参数对系统振动响应特性的影响规律。万志国等[22]建立考虑时变啮合刚度、齿轮传递误差等因素的齿轮副动力学模型,研究转子裂纹故障的振动响应特征。WANG 等[23]基于有限元理论得到了得到了不同轴承系统的固有频率和固有模态。CHEN 等[24]建立单/多级耦合振动模型,研究了等效质量、转动惯量和支撑刚度等关键参数对系统动态特性的表征关系。HAN 等[25]建立了非惯性参考下转子-轴承系统的数学模型,研究了升沉运动对转子-轴承系统非线性动力学的影响。ZHONG 等[26]建立了薄壁转轴的动力学模型,研究了轴长与平均半径比、平均半径与厚度比等参数对传动轴固有频率和临界转速的影响。ZHANG 等[27]

建立了单旋翼多输入直升机动力学模型,分析了传动轴的厚度和长度等轴系参数对系统动态特性的影响。LIU 等[28]建立考虑轴变形和对中偏差的齿轮啮合模型,分析了轴角、中心距和小齿轮轴向位置误差对齿轮副啮合行为的影响。ZHU 等[29]以非正交螺旋锥齿轮传动系统为研究对象,分析了齿轮箱柔性、轴交角和轴不平衡值对齿轮箱系统动力学特性的影响。尾传动转子系统不同于普通的齿轮箱系统,其包含水平传动轴、尾斜轴和尾桨轴等多个轴系,这种多轴系结构对转子系统振动响应影响大,而针对轴角偏差对振动响应影响规律的研究目前报道较少。

本研究以某型舰载直升机折叠式尾传动系统为例,推导了轴角发生偏差时中间减速器啮合刚度的计算公式,探究了偏差值与尾斜轴振动幅值的内在关联,建立了含轴角参数的尾传动系统弯振动力学模型,研究了尾传动系统的固有属性,利用有限元方法分析了轴角偏差与尾传动系统各节点振动幅值之间的关系,揭示了轴角偏差对尾斜传动轴振动特性的影响规律。

1　含轴角的尾传动系统振动方程

直升机尾传动系统由多支点的水平传动轴、中间减速器、尾斜轴、尾减速器和叠片联轴器等组成。动力通过主减速器输入水平传动轴,两者之间通过叠片联轴器相连接,整个水平传动轴通过 5 个带轴承及合成橡胶弹性减震器的支架安装在传动平面和尾斜梁上,其另一端与中间减速器连接。尾斜轴一端连接中间减速器,一端连接尾减速器,尾减速器将动力和运动传递至尾桨。其结构形式如图 1 所示。

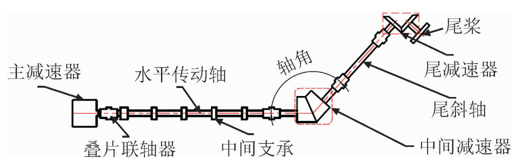


图 1　尾传动系统结构示意图

Fig. 1　Schematic diagram of tail drive system structure

1.1　轴角发生偏差时中间减速器的啮合刚度容

为了计算轴角发生偏差时中间减速器的啮合刚度,需要对轴角发生偏差时两齿轮之间的形变量进行求解[30-31]。将螺旋锥齿轮单个齿沿着齿宽方向分成若干小节,设小节 i 的厚度为 $\mathrm{d}x$,截面模量为 I_i,小节 i 到受载点沿 X 方向的距离为 h_i,β 是受力方向与轴线之间的夹角,齿轮截面示意图如图 2 所示。

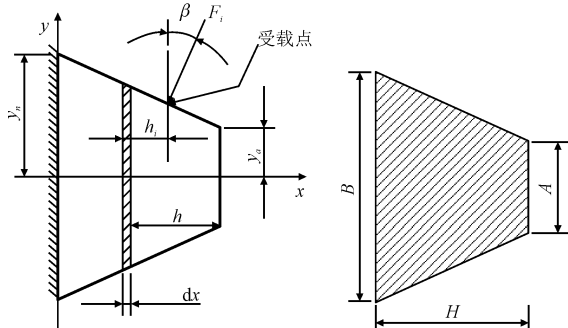


图 2　轮齿截面示意图

Fig. 2　Schematic diagram of tooth section

载荷 F_i 作用在小节 i 上产生弯矩引起形变为

$$\delta_1 = \frac{F_i(h_i\cos\beta - y_i\sin\beta)(\mathrm{d}x^2 + 2h_i\mathrm{d}x)}{2EI} \tag{1}$$

其中:$F_i = \dfrac{F}{H}$;F 为齿面的综合法向接触力;H 为轮齿啮合齿宽。

载荷 F_i 作用在小节 i 上的横向力在小段上产生的形变量为

$$\delta_2 = \frac{F_i\cos\beta(2\mathrm{d}x^3 + 3\mathrm{d}x^2h_i)}{6EI} \tag{2}$$

当轴角变化角度为 θ 时,螺旋锥齿轮啮合部分的面积即为

$$S_{\mathrm{Ti}} = \int_0^H (Y\mathrm{d}x - S_1 - S_2) \tag{3}$$

其中:$S_1 = \dfrac{Y^2\tan\theta}{2}$,

$$S_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{Y - Y\cos\theta}{\cos\theta} + \mathrm{d}x - Y\tan\theta\right)^2\tan\theta - \frac{\left(\dfrac{Y - Y\cos\theta}{\cos\theta}\right)^2}{2\tan\theta}。$$

此时载荷 F_i 作用在小节 i 上产生的剪切形变量为

$$\delta_3 = \frac{2.4F_i\mathrm{d}x\cos\beta}{E\,\overline{S_{\mathrm{Ti}}}} \tag{4}$$

由上述公式可求出 δ_1、δ_2、δ_3,将所求三者相加可以得到螺旋锥齿轮在载荷作用下轮齿的总形变量为

$$\delta_F = \sum_{i=1}^{n}(\delta_1 + \delta_2 + \delta_3)\cos\beta \tag{5}$$

从而就可以得到中间减速器的啮合刚度,即

$$K_n = \frac{F_i}{\delta_F} = \frac{F_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{2.4F_i \mathrm{d}x\cos\beta}{E\int_0^H \left[\frac{(Y - Y\cos\theta)^2}{2\tan\theta(\cos\theta)^2} - \frac{Y^2\tan\theta}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{Y - Y\cos\theta}{\cos\theta\sin\theta} + \mathrm{d}x - Y\tan\theta\right)^2\tan\theta + Y\mathrm{d}x\right]} \cdot \cos\beta} + \frac{F_i}{\sum_{i=1}^{n}(\delta_1 + \delta_2)\cos\beta} \tag{6}$$

假设中间减速器啮合处所受载荷力 F_i 大小不变，根据上述公式可以得到其啮合刚度 K_n 的大小主要取决于两齿轮之间的总形变量。当轴角相比于设计角度发生偏差时，即 θ 由 0°开始发生变化，由图3可以看出齿面啮合面积变小，那么齿轮之间的总形变量 δ_F 会变大，此时啮合刚度 K_n 会变小。

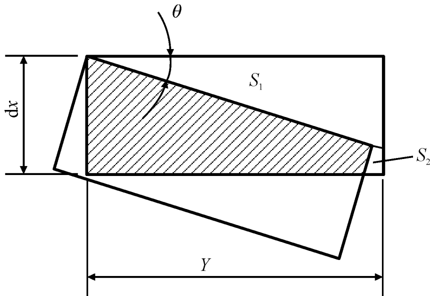


图3　齿面啮合部分示意图

Fig. 3　Schematic diagram of meshing part of tooth surface

1.2　轴角发生偏差时尾斜轴的振动方程

舰载直升机尾斜轴运动微分方程为

$$\boldsymbol{M}\ddot{q} + \boldsymbol{C}\dot{q} + \boldsymbol{K}q = F_0\sin(\omega t) \tag{7}$$

式中：q 为尾传动系统位移；$\boldsymbol{M}$ 为尾传动系统质量矩阵；$\boldsymbol{C}$ 为阻尼矩阵；$\boldsymbol{K}$ 为刚度矩阵，主要包括尾斜轴的抗弯刚度与中间减速器啮合刚度，即 $\boldsymbol{K} = K_r + K_n$；$K_r$ 为尾斜轴的抗弯刚度；K_n 为中间减速器的啮合刚度。

对上述方程进行求解可以得到

$$q = \frac{F_0/\boldsymbol{K}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}}\sin(\omega t - \varphi),$$

$$\tan\varphi = \frac{2\zeta(\omega/\omega_n)}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \tag{8}$$

其中：$\omega_n = \sqrt{\frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{M}}}$；$\zeta = \frac{\boldsymbol{C}}{C_c}$，$C_c = 2\boldsymbol{M}\omega^2$。

显然，结合式(6)和式(8)分析可知，尾斜轴的振动幅值和轴角偏差之间存在内在关联，通过改变轴角偏差大小，可导致中间减速器处的啮合刚度发生变化，从而影响尾传动系统动力学响应特性。当轴角发生偏差时，中间减速器处啮合刚度 K_n 会变小，尾斜轴上节点振动幅值会随之增加。

2　轴角参数对系统振动的影响

2.1　尾传动系统动力学建模

直升机尾传动系统是一个连续复杂的多质量系统，因此需要将含轴角参数的尾传动转子模型进行合理简化，建立准确的数学模型来描述轴角参数对尾传动系统动力学特性的影响。基于当量转化原则，以水平传动轴为等效构件，将尾斜轴的惯性、弹性、力矩和角位移都用等效构件上的等效量来代替，其中将联轴器和尾桨进行模化，以当量圆盘作为代替，仅考虑其内外径尺寸和材料性能对轴弯振特性的影响，则尾传动系统成为轴段和圆盘的串联系统。本研究以某型舰载直升机尾传动系统为例，根据其结构参数构建尾传动系统有限元模型，并进行仿真分析，其中所建模型如图4所示。

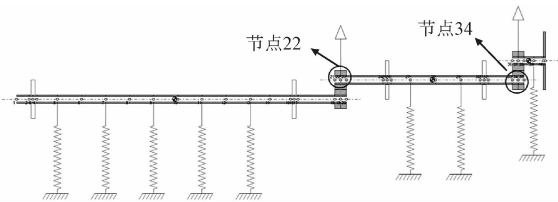


图4　尾传动转子系统等效动力学模型

Fig. 4　Equivalent dynamics model of tail-drive rotor system

表1　传动轴物理参数

Tab. 1　Physical parameters of drive shaft

参数	长度/mm	内径/mm	外径/mm
水平轴	1 640	30	46
尾斜轴	854	30	46
尾桨轴	800	30	46

2.2　尾传动系统的固有特性分析

为探究轴角参数与尾传动转子系统固有属性之间的关系，对尾传动系统有限元模型采用直接积分法求解其固有频率，得到舰载直升机尾传动系统前3阶弯振固有频率及振型，如图5所示。

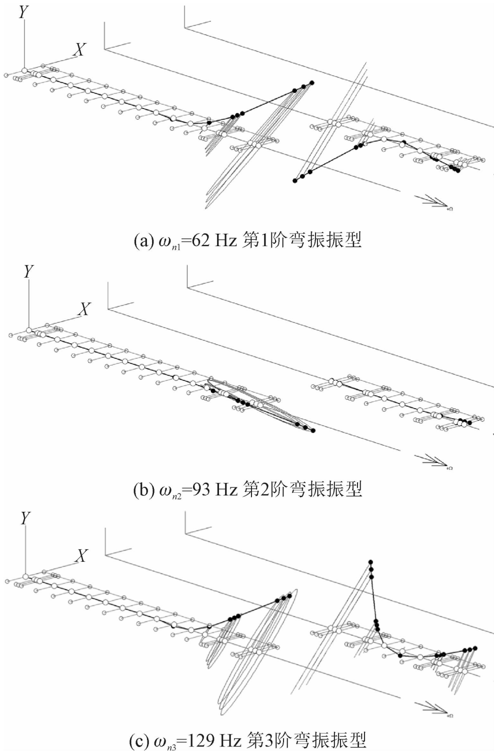


图 5　尾传动系统的前 3 阶弯振固有频率及弯振振型

Fig. 5　Frequency and bending vibration mode of tail drive system

如图 5 所示，轴系前 3 阶弯振固有频率对应的弯振临界转速分别为 3 731、5 564、7 713 r · min^{-1}。由于尾传动轴系工作转速为4 000 ~ 5 000 r · min^{-1}，即工作转速高于第 1 阶弯振临界转速、低于第 3 阶弯振临界转速。通过进一步分析得到轴角偏差对尾传动转子系统前两阶临界转速的影响规律如图 6 所示。

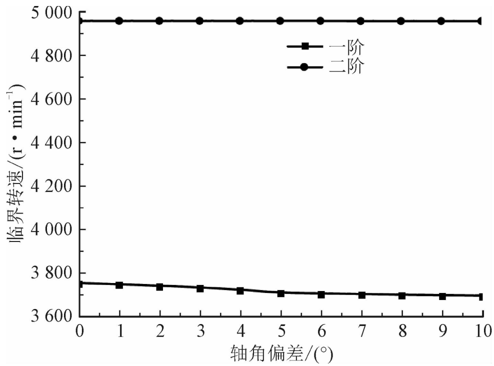


图 6　尾传动系统临界转速与轴角偏差关系图

Fig. 6　Relation diagram of critical speed and shaft angle deviation of tail drive system

由图 6 ~ 7 中可以看出，轴角变化对尾传动转子系统的二阶临界转速几乎没有影响，而其一阶临界转速会随轴角的变大而变小，当轴角偏差在 0° ~ 5° 时，尾传动系统的临界转速有明显变化，当轴角偏差大于 5°时，系统各阶临界转速值随轴角偏差的变化很小，故在设计时可适当调整轴角以满足结构设计要求。

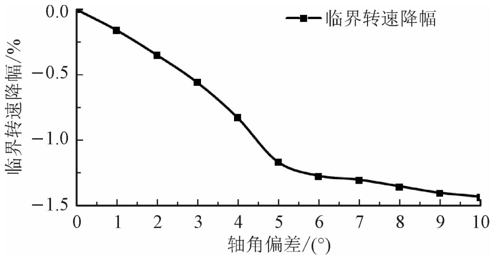


图 7　轴角变化下尾传动系统一阶临界转速变化幅度

Fig. 7　First-order critical speed variation range of lower tail drive system under shaft angle change

2.3　轴角参数对尾斜轴弯振响应的影响分析

为研究尾传动系统轴角参数对尾斜传动轴弯振特性的影响规律，基于尾传动系统有限元模型，通过改变齿轮啮合模块的轴角参数来研究工作转速为 4 500 r · min^{-1}时尾传动系统的振动响应。以某型舰载直升机轴角参数 127°为基准，轴角偏差选取 0° ~ 2°，依次改变轴角数值，对尾传动系统振动响应进行分析。其中选取尾传动系统上振动最为明显的节点（尾斜轴上节点 22 和节点 34）进行研究，其振动响应结果如图 8 所示。

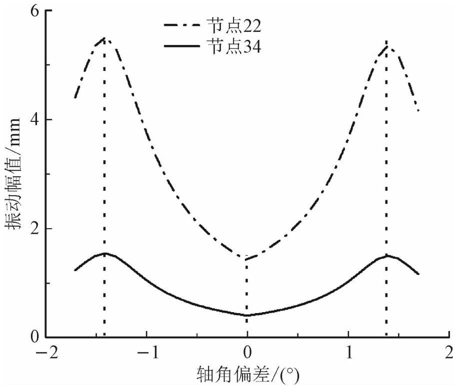


图 8　尾斜轴两端节点 22 和节点 34 振动响应

Fig. 8　Vibration response of nodes 22 and 34 at both ends of the tail-inclined shaft

由图 8 中可以看出，当轴角相比于设计角度发生偏差时，尾斜轴振动幅值呈现先增加后减小的规律，当轴角偏差在 1.5°时振动幅值到达峰值。随着轴角偏差的变大，尾斜轴上节点 22 处振幅增加的斜率最大，而尾斜轴上节点 34 处振幅变化较为舒缓。

轴角变化下尾斜轴两端振动幅值比较见表2。对振动幅值进行对比可以发现,轴角偏差对尾斜轴中间减速器处的振动幅值影响最大,相同轴角偏差下尾斜轴上中间减速器(节点22)处的振动幅值是尾减速器(节点34)处的3.6倍。

表2 轴角变化下尾斜轴两端振动幅值比较

Tab.2 Comparison of vibration amplitudes at both ends of oblique shaft under the change of shaft angle

轴角偏差/(°)	振动幅值/mm		比例/%
	节点22	节点34	
-1.5	5.3487	1.4907	3.6
-1	3.7799	1.0533	3.6
-0.5	2.1225	0.5914	3.6
0	1.414	0.3941	3.6
0.5	2.0552	0.5721	3.6
1	3.6158	1.0065	3.6
1.5	5.185	1.4435	3.6

为进一步说明轴角偏差对尾传动系统振动幅值的影响规律,本研究从多个设计角度进行分析,选取轴角范围为115°~145°,得到尾斜轴上节点22和节点34处的最大振幅,对数据处理后结果如图9所示。以设计角度117°、123°、128°、134°和140°为例,通过仿真分析尾斜轴发生轴角偏差时的振动响应,其结果如图10~11所示。不同设计角度下尾斜轴两端振动幅值比较见表3。

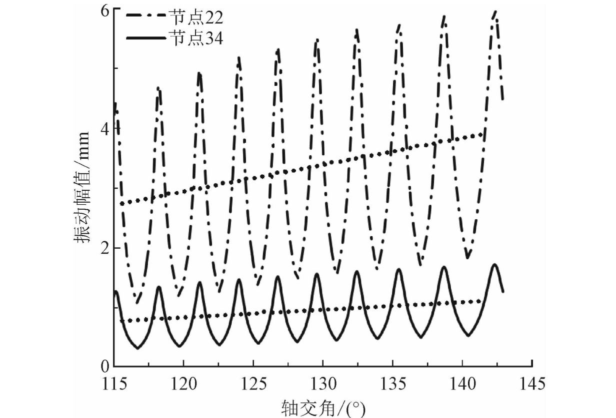


图9 轴角范围115°~145°尾斜轴上振动响应

Fig.9 Vibration response on oblique shaft of tail from 115° to 145°

由图10~11可以看出,当尾传动系统轴角发生变化时,尾斜轴的振动幅值随轴角偏差的变化趋势基本一致。当轴角设计角度变大时,尾斜轴振动幅值增加,其达到最大振动幅值需要的偏差值也会增加。本结论可为尾传动系统的结构设计和故障分析提供理论依据。

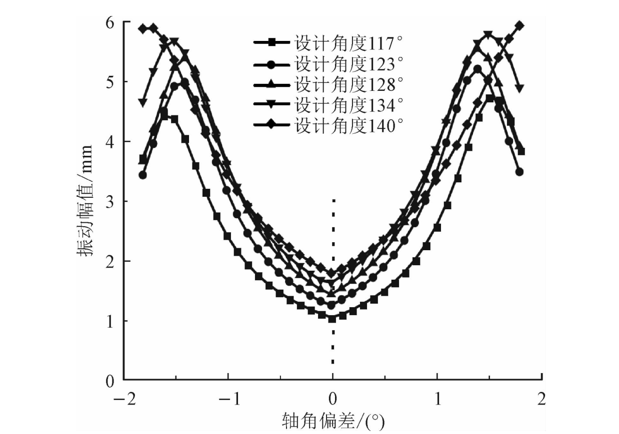


图10 不同设计角度尾斜轴节点22振动响应

Fig.10 Vibration response of tail-inclined shaft node 22 at different design angles

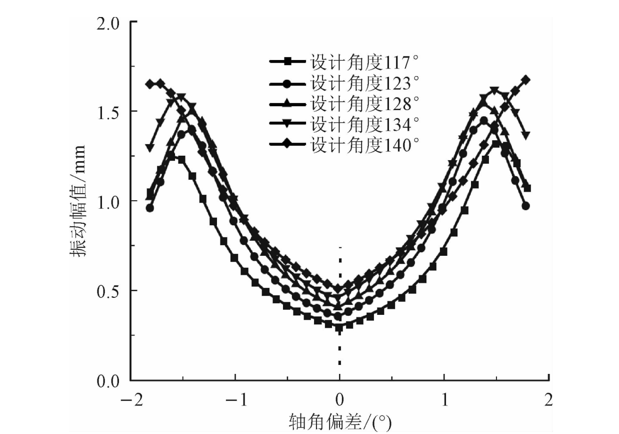


图11 不同设计角度尾斜轴节点34振动响应

Fig.11 Vibration response of tail-inclined shaft node 34 at different design angles

表3 不同设计角度下尾斜轴两端振动幅值比较

Tab.3 Comparison of vibration amplitudes at both ends of oblique shaft under different design angles

设计角度/(°)	振动幅值最大值之间偏差/mm
117	2.7
123	2.8
128	2.8
134	3.0
140	3.5

3 结 论

1)本研究针对舰载直升机尾传动系统轴角发生

偏差导致尾传动轴振动超标甚至断裂的问题。推导了含轴角参数的尾传动系统振动方程,得到了轴角偏差与啮合刚度的关系,探究了偏差值与尾斜轴振动幅值的内在关联,以某型直升机尾斜传动系统为研究对象,建立尾传动系统动力学模型,分析尾传动转子系统的固有频率与振型,揭示了轴角参数对尾斜轴振动特性的影响规律。

2)分析结果表明当尾传动系统轴角变大时,尾斜轴处的振动幅值会随之增加。不同设计角度的尾传动系统在轴角发生偏差时振动响应趋势基本一致,尾斜轴振动幅值会随设计角度的增加而增加;当尾传动系统轴角发生偏差时,中间减速器处啮合刚度会变小,尾斜轴振动幅值随之变大。轴角在0°~2°范围内发生偏差时,尾斜轴的振动幅值会呈现先增加后减小的趋势,偏差在1.5°左右时尾斜轴振幅达到最大值。当轴角偏差相同时,尾斜轴上中间减速器处的振动幅值为尾减速器处的3.6倍。

3)本研究探究的轴角偏差对尾斜轴振动幅值的影响规律可为直升机尾传动系统设计和振动故障分析提供参考。同时,本研究为了便于分析对尾传动转子系统进行了相应的简化,今后还需进一步结合工程设计,考虑尾传动系统运转过程中的动力学效应等因素,及其对尾传动系统弯振特性的影响,采用更逼近真实条件下的仿真模型进行分析,并对不同设计角度的尾传动系统的弯振特性进行实验验证。

参考文献:

[1] 张渝,李琳,陈津,等.航空发动机重要装配工艺分析及研发展望[J].航空制造技术,2019,62(15):14-21.
ZHANG Yu,LI Lin,CHEN Jin,et al. Research current status and prospect on aero-engine assembly process technology[J]. Aeronautical manufacturing technology,2019,62(15):14-21(in Chinese).

[2] 朱清华,张呈林.下一代直升机及其设计技术发展[J].航空制造技术,2015(16):26-31.
ZHU Qinghua,ZHANG Chenglin. Development of the next-generation helicopter and its design technology[J]. Aeronautical manufacturing technology,2015(16):26-31(in Chinese).

[3] 许兆棠,朱如鹏.复合材料传动轴的弯曲振动分析[J].西南交通大学学报,2007,42(1):89-93.
XU Zhaotang,ZHU Rupeng. Bending vibration analysis of composite transmission shaft[J]. Journal of Southwest Jiaotong University,2007,42(1):89-93(in Chinese).

[4] 许兆棠,朱如鹏.直升机弹性多支点传动轴的主共振分析[J].应用力学学报,2007,24(1):31-36.
XU Zhaotang,ZHU Rupeng. Main resonance of helicopter drive shaft with elastic multi-supports[J]. Chinese journal of applied mechanics,2007,24(1):31-36(in Chinese).

[5] 许兆棠.多支点传动轴动力学的研究[D].南京:南京航空航天大学,2006.

[6] 张鹏飞.多支点传动轴的弯曲振动分析与多支点配置研究[D].南京:南京航空航天大学,2008.

[7] 丛家勇.直升机尾传动系统的动力学分析[D].南京:南京航空航天大学,2008.

[8] 吕继航,曾毅,杨荣.大型水陆两栖飞机的动力学响应特性[J].航空制造技术,2020,63(20):64-69.
LÜ Jihang,ZENG Yi,YANG Rong. Dynamic response characteristics of large amphibious aircraft[J]. Aeronautical manufacturing technology,2020,63(20):64-69(in Chinese).

[9] 朱自冰,朱如鹏,鲍和云.直升机尾传动系统扭转振动建模与特性[J].航空动力学报,2013,28(2):432-438.
ZHU Zibing,ZHU Rupeng,BAO Heyun. Torsional vibration characteristics analyzing and modeling for helicopter tail drive system[J]. Journal of aerospace power,2013,28(2):432-438(in Chinese).

[10] 朱自冰.直升机尾传动系统动力学关键问题研究[D].南京:南京航空航天大学,2012.

[11] 曾琪,宾光富,李超,等.联轴器扭转刚度对潜油电泵细长串联轴系扭振特性的影响研究[J].工程设计学报,2021,28(1):89-94.
ZENG Qi,BIN Guangfu,LI Chao,et al. Study on the influence of torsional stiffness of coupling on torsional vibration characteristics of slender series shafting of submersible oil electric pump[J]. Chinese journal of engineering design,2021,28(1):89-94(in Chinese).

[12] 关卓怀,蔡敢为.转子弯扭耦合振动共振特征分析[J].噪声与振动控制,2016,36(1):5-9.
GUAN Zhuohuai,CAI Ganwei. Resonance characteristics analysis of bending-torsion coupled vibration of rotors[J]. Noise and vibration control,2016,36(1):5-9(in Chinese).

[13] SU X W,WANG S P,ZHU D M. Vibration analysis and experiment of the helicopter rotor test stand transmission[C]//Proceedings of 2011 International Conference on Fluid Power and Mechatronics. Piscataway,NJ,USA:IEEE,2011:202-206.

[14] MIAO L Z,ZHANG H B,NING J T. Law of torsional vibration and discussion on vibration suppression based on helicopter/engine system[J]. International journal of turbo & jet-engines,2016,33(1):55-67.

[15] 李文龙,杨美娟,唐宁,等.某型飞机关键部位结构应变预测[J].应用力学学报,2021,38(2):649-654.
LI Wenlong,YANG Meijuan,TANG Ning,et al. Structural strain prediction of key parts of an aircraft[J]. Chinese journal of applied mechanics,2021,38(2):649-654(in Chinese).

[16] 毛崎波,韩伟.弯扭耦合刚度对薄壁梁弯扭耦合振动的影响研究[J].应用力学学报,2018,35(2):298-303.

MAO Qibo, HAN Wei. Coupled bending-torsion vibration analysis of thin-walled beams including bending-torsion rigidity effect[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2018, 35(2): 298-303 (in Chinese).

[17] 向玲,贾轶,高雪媛,等. 间隙对齿轮-转子-轴承系统弯扭耦合振动的影响分析[J]. 振动与冲击,2016,35(21):1-8.
XIANG Ling, JIA Yi, GAO Xueyuan, et al. Effects of backlash on bending-torsion coupled vibration of a gear-rotor bearing system [J]. Journal of vibration and shock, 2016, 35(21): 1-8 (in Chinese).

[18] 任朝晖,谢吉祥,周世华,等. 斜齿轮-转子-轴承弯扭轴耦合振动特性分析[J]. 机械工程学报,2015,51(15):75-89.
REN Zhaohui, XIE Jixiang, ZHOU Shihua, et al. Vibration characteristic analysis of helical gear-rotor-bearing system with coupled lateral-torsional-axial [J]. Journal of mechanical engineering, 2015, 51(15): 75-89 (in Chinese).

[19] 倪德,李科锋,刘建武. 基于分布质量轴模型的尾传动轴系临界转速分析[J]. 南京航空航天大学学报,2016,48(6): 822-827.
NI De, LI Kefeng, LIU Jianwu. Critical speed analysis of helicopter tail drive shaft based on distributed mass shaft model[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2016, 48(6): 822-827 (in Chinese).

[20] 倪德,朱如鹏,靳广虎,等. 机动飞行时直升机尾传动轴的横向振动建模与特性[J]. 振动与冲击,2014,33(7):215-220.
NI De, ZHU Rupeng, JIN Guanghu, et al. Modeling and characteristics of bending vibration for helicopter tail drive shaft during maneuver flight[J]. Journal of vibration and shock, 2014, 33(7): 215-220 (in Chinese).

[21] 陆春荣,李以农,窦作成. 齿轮-转子-轴承系统弯扭耦合非线性振动特性研究[J]. 噪声与振动控制,2018,38(增刊1):24-29.
LU Chunrong, LI Yinong, DOU Zuocheng. Nonlinear vibration of a bending-torsional coupled gear-rotor-bearing system[J]. Noise and vibration control, 2018, 38(S1): 24-29 (in Chinese).

[22] 万志国,訾艳阳,窦益华,等. 多轴系耦合作用下齿轮系统转子裂纹故障的振动特性研究[J]. 噪声与振动控制,2019,39(3): 180-186.
WAN Zhiguo, ZI Yanyang, DOU Yihua, et al. Study on the vibration characteristics of gear system with rotor crack faults under multi-axis coupling[J]. Noise and vibration control, 2019, 39(3): 180-186 (in Chinese).

[23] WANG H J, YU D W, YUE Y W, et al. Influnce of support stiffness on free vibration and force transmission rate of helicopter driveshaft [J]. Applied mechanics and materials, 2012, 226-228: 39-43.

[24] CHEN X B, HU Q C, XU Z Y, et al. Numerical modeling and dynamic characteristics study of coupling vibration of multistage face gearsplanetary transmission [J]. Mechanical sciences, 2019, 10(2): 475-495.

[25] HAN Y C, LI M. Nonlinear dynamic characteristics of marine rotor-bearing system under heaving motion [J]. Shock and vibration, 2019, 2019: 7683952.

[26] ZHONG W Y, GAO F, REN Y S, et al. Dynamic analysis of a tapered composite thin-walled rotating shaft using the generalized differential quadrature method[J]. Mathematical problems in engineering, 2020, 2020: 1695430.

[27] ZHANG W, AN L L. Dynamic analysis on single-rotor multi-input helicopter main gearbox related with structural parameters [J]. Journal of low frequency noise, vibration and active control, 2021, 40(1): 181-194.

[28] LIU S Y, SONG C S, ZHU C C, et al. Concave and convex modifications analysis for skewed beveloid gears considering misalignments[J]. Mechanism and machine theory, 2019, 133: 127-149.

[29] ZHU H M, CHEN W F, ZHU R P, et al. Modelling and dynamic analysis of the spiral bevel gear-shaft-bearing-gearbox coupling system [J]. Mathematical problems in engineering, 2019, 2019: 9065215.

[30] 张国锋. 直齿轮副接触分析及啮合刚度计算[J]. 重庆理工大学学报(自然科学版),2014,28(11):44-47.
ZHANG Guofeng. Contact analysis of spur gear pairs and calculation of mesh stiffness[J]. Journal of Chongqing University of Technology (natural science), 2014, 28(11): 44-47 (in Chinese).

[31] 巩嘉贝. 高性能面齿轮动力学建模及动态特性研究[D]. 天津: 天津工业大学,2020.

(编辑 李坤璐)